Lycée Ibn Batouta	Semestre 1 – Version 1	2ème Bac Sc. Phys.
Prof : Yassine NACHIT	**Devoir maison n° 1**	Option française (BIOF)
Année 2026 / 2027	Limites et continuité	À rendre le : .....

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction entreront dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 · Calcul de limites

Calculer les limites suivantes.

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3x^3 - x + 1}{2x^3 + x^2}$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(\sqrt{x^2+2x} + x\right)$.

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2+4x} - x\right)$ et $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2 - 7x + 10}{x - 2}$.

3) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos(2x)}{x^2}$ (on pourra utiliser $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{x^2} = \dfrac{1}{2}$).

4) À l'aide d'un encadrement, calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3x + \cos x}{x+1}$.

Exercice 2 · Continuité – théorème des valeurs intermédiaires

1) Soit α un réel et g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \dfrac{\sin(4x)}{x}$ si $x \neq 0$ et $g(0) = \alpha$. Déterminer α pour que g soit continue en 0.

2) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + x - 5$.
   - **a)** Montrer que f est strictement croissante sur $[1\,;2]$.
   - **b)** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $]1\,;2[$.
   - **c)** Par la méthode de dichotomie, donner un encadrement de α d'amplitude 0,25.
   - **d)** En déduire le signe de $f(x)$ sur $[1\,;2]$.

Exercice 3 · Fonction réciproque

Soit f la fonction définie sur $I = [1\,;+\infty[$ par $f(x) = x - 2\sqrt{x}$.

1) Vérifier que, pour tout $x \geq 0$: $f(x) = \left(\sqrt{x} - 1\right)^2 - 1$.

2) Montrer que f est continue et strictement croissante sur I.

3) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, puis déterminer l'intervalle $J = f(I)$.

4) En déduire que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur J et préciser son sens de variation.

5) Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$.

6) Résoudre dans I l'équation $f(x) = 0$ et vérifier le résultat à l'aide de f^{-1}.

7) Construire (C_f) et $(C_{f^{-1}})$ dans un même repère orthonormé.

Exercice 4 · Racines n-ièmes

1) Simplifier $A = \dfrac{\sqrt[3]{16} \times \sqrt[3]{4}}{\sqrt[4]{16}}$.

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations $x^3 = 5$ et $x^4 = 81$.

3) Comparer les nombres $\sqrt[3]{3}$ et $\sqrt{2}$.

4) **a)** Soient a et b deux réels strictement positifs. Montrer que $a - b = \dfrac{a^3 - b^3}{a^2 + ab + b^2}$.

b) En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + 3x^2} - x \right)$.